

## METODI PER L'ANALISI LINEARE DELLE STRUTTURE SECONDO L'O.P.C.M. 3274/2003 \*

Marco BOZZA \*\*

\* Il presente articolo fa riferimento alla normativa precedente all'entrata in vigore, a partire dal 2008, delle Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC): OPCM 3274 del 20 marzo 2003

\*\* Ingegnere Strutturale, già Direttore della Federazione regionale degli Ordini degli Ingegneri del Veneto (FOIV), Amministratore di ADEPRON

### INTRODUZIONE

L'analisi strutturale di edifici in zona sismica secondo l'Ordinanza 3274 deve essere condotta su modelli in grado di rappresentare adeguatamente la distribuzione delle rigidezze e delle masse affinché tutti i modi deformativi significativi e le forze di inerzia siano correttamente tenuto in conto sotto l'effetto dell'azione sismica considerata. A tal fine è importante che il modello strutturale consideri anche il contributo alla deformabilità globale dell'edificio (in base alla tipologia costruttiva) dato dalle zone di collegamento, come per esempio le parti terminali delle travi e delle colonne di una struttura intelaiata. Anche gli elementi non strutturali, che potrebbero influenzare la risposta del sistema resistente, devono essere tenuti in considerazione.

- In generale la struttura può essere considerata come costituita da una serie di sistemi verticali (pilastri o murature) e di controvento che sopportano i carichi, collegati da membrature o diaframmi orizzontali (solai).
- Nel caso in cui le membrature orizzontali risultino sufficientemente rigide nel loro piano, le masse e i momenti d'inerzia di ogni impalcato possono essere concentrate nel baricentro, riducendo, in tal modo, a tre i gradi di libertà per ogni piano (due spostamenti orizzontali ed una rotazione attorno all'asse verticale).
- Per gli edifici che soddisfano i criteri di regolarità in pianta l'analisi può essere svolta considerando due modelli piani, uno per ogni direzione principale.
- In aggiunta alla reale eccentricità, al fine di cautelarsi nei confronti dell'incertezza sul posizionamento delle masse e sulla variazione spaziale del moto sismico, il baricentro del generico piano deve essere considerato spostato rispetto alla sua posizione nominale, in entrambe le direzioni, di una distanza pari al 5% della dimensione massima del piano in direzione perpendicolare all'azione sismica.
- Negli edifici con struttura in calcestruzzo armato, mista acciaio-calcestruzzo, e in muratura la rigidezza degli elementi può essere valutata tenendo in conto gli effetti della fessurazione, considerando la rigidezza secante a snervamento.

### Analisi strutturali

L'Ordinanza 3274 prevede due tipi di analisi strutturali in campo lineare:

- *analisi statica lineare*
- *analisi dinamica modale*

### ANALISI STATICA LINEARE

#### Condizioni di utilizzo

Questo tipo di analisi (detta più correttamente nell'EC8 *Analisi Modale Semplificata*) può essere applicato ad edifici che possono essere analizzati mediante due modelli piani distinti e la cui risposta non risulta essere significativamente influenzata da modi di vibrare di ordine elevato. Condizione per utilizzare l'analisi statica lineare è che la struttura soddisfi i seguenti due requisiti:

- è verificato il criterio di regolarità in pianta;
- il periodo fondamentale  $T_1$  della struttura soddisfa la disuguaglianza  $T_1 \leq 2,5 T_C$ .

essendo  $T_C$  è il periodo corrispondente al punto C dello spettro di risposta elastico ed è funzione della categoria di suolo. Per edifici fino ad altezza  $H < 40$  m il periodo  $T_1$  può essere calcolato con l'espressione:

$$(1) \quad T_1 = C_t \cdot \sqrt[4]{H^3}$$

con  $C_t$  funzione della tipologia e del materiale della struttura.

### Calcolo delle azioni sismiche

Le forme modali fondamentali dei due modelli piani dell'edificio possono essere calcolate utilizzando i metodi propri della dinamica strutturale, o possono essere approssimati ipotizzando una distribuzione degli spostamenti che cresca linearmente lungo lo sviluppo verticale dell'edificio.

La forza di taglio  $F_h$  alla base dovuta all'azione di tipo sismico per ognuna delle direzioni principali si calcola come:

$$(2) \quad F_h = S_d(T_1) \cdot W \cdot \lambda$$

dove:

$S_d(T_1)$  è l'ordinata dello spettro di progetto per il periodo  $T_1$ ;

$W$  è il peso totale dell'edificio;

$\lambda$  è un coefficiente funzione del numero di piani dell'edificio e del periodo  $T_1$ .

Gli effetti dell'azione sismica vanno determinati applicando ai due modelli piani forze orizzontali  $F_i$  in corrispondenza di ogni  $i$ -esimo piano della struttura. La forza  $F_i$  va determinata sulla base del modo fondamentale di vibrare secondo la seguente regola di distribuzione:

$$(3) \quad F_i = F_h \cdot \frac{z_i \cdot W_i}{\sum z_j \cdot W_j}$$

dove:

$z_i, z_j$  rappresentano rispettivamente le quote dei piani  $i$ -esimo e  $j$ -esimo;

$W_i, W_j$  sono i pesi delle masse ai piani  $i$ -esimo e  $j$ -esimo.

### ANALISI DINAMICA MODALE

#### Condizioni di utilizzo

Questo tipo di analisi (detta nell'EC8 *Analisi Multimodale con Spettro di Risposta*) viene applicata agli edifici che non soddisfano le condizioni per l'utilizzo dell'analisi statica lineare. Per gli edifici che soddisfano il criterio di regolarità in pianta l'analisi può essere svolta utilizzando due modelli piani, uno per ogni direzione principale.

Gli edifici che invece non soddisfano neppure il criterio di regolarità in pianta vanno analizzati avvalendosi di un modello spaziale (modello 3D). In questo caso, l'azione sismica di progetto deve essere applicata lungo tutte le principali direzioni orizzontali e perpendicolarmente a queste. Per edifici con elementi resistenti disposti secondo due direzioni perpendicolari, queste vanno considerate come principali.

#### Modi di vibrare

Si ricorda che la *massa modale effettiva*  $m_k$  è la parte della massa totale della struttura coinvolta nel  $k$ -esimo modo di vibrare dall'azione sismica. Essa è determinata in modo che la forza di taglio alla base  $F_{bk}$ , agente nella direzione di applicazione dell'azione sismica, si possa esprimere nella forma:

$$(4) \quad F_{bk} = S_d(T_k) \cdot m_k \cdot g$$

Si dimostra che la somma delle masse modali effettive (per tutti i modi in una data direzione) risulta essere pari alla massa totale della struttura.

Detto questo, ai fini dell'analisi *deve essere tenuta in considerazione la risposta di ogni modo di vibrare che dà un contributo significativo alla risposta globale*. L'Ordinanza 3274 precisa che quanto appena richiesto è soddisfatto se è verificata una delle seguenti condizioni:

- *nell'analisi la somma delle masse modali effettive per i modi considerati rappresenta almeno l'85% della massa totale della struttura;*
- *nell'analisi si considerano tutti i modi caratterizzati da una massa modale effettiva maggiore del 5% della massa totale della struttura.*

L'EC8 specifica anche che se si utilizza un modello spaziale queste condizioni devono essere verificate per ogni direzione spaziale.

#### Combinazione delle risposte modali

Si supponga di dover dimensionare un elemento strutturale di un telaio. A tal fine è necessario conoscere i parametri di sollecitazione massimi che l'azione sismica può indurre nello stesso. Tali parametri, tuttavia, in un'analisi dinamica non sono univocamente determinati, poiché ogni modo di vibrare equivale ad una risposta modale massima (avendo utilizzato lo spettro di risposta). In generale in ciascun nodo della struttura si produce un effetto  $E_i$  massimo (forza, momento, spostamento, ecc) associato all' $i$ -esimo modo di vibrare, e quindi in altre parole, in ciascun nodo della struttura

si avranno in generale  $n$  valori  $E_i$  (se  $n$  è il numero di modi di vibrare). Calcolare il valore dell'effetto massimo  $E_{max}$  dovuto all'azione sismica semplicemente come somma dei massimi  $E_i$  non è corretto perché tali valori, non presentandosi contemporaneamente, portano a sovrastimare eccessivamente  $E_{max}$ , e quindi a un sovradimensionamento della struttura. L'Ordinanza 3274 specifica come calcolare  $E_{max}$  proponendo due combinazioni:

- *Combinazione Euclidea SRSS*
- *Combinazione Quadratica Completa CQC*

**Combinazione SRSS**

La risposta secondo due modi di vibrare generici  $i$  e  $j$  (che includano sia i modi traslazionali che torsionali) può essere considerata come indipendente (modi non correlati) quando i loro periodi  $T_i$  e  $T_j$  soddisfano la seguente condizione:

$$(5) \quad T_j \leq 0,9T_i$$

Se la relazione (5) vale per tutte le risposte modali (risposte indipendenti le une dalle altre), si dimostra che statisticamente il valore più probabile di  $E_{max}$  può essere calcolato con la *Combinazione Euclidea SRSS (Square Root of the Sum of Squares)*:

$$(6) \quad E_{max} = \sqrt{\sum_i E_i^2}$$

Come detto la sommatoria nella (6) è estesa ad un numero minimo di modi di vibrare in modo tale che la massa sismica eccitata sia almeno l'85% della massa totale.

**Combinazione CQC**

Si osservi che se la relazione (5) non è verificata, esistono modi di vibrare con periodi  $T_i$  e  $T_j$  molto vicini tra loro, ovvero è molto probabile che i valori  $E_i$  e  $E_j$  dell'azione  $E$  si possano verificare quasi contemporaneamente. Conseguentemente il contributo di questi modi a  $E_{max}$  sotto radice nella (6) si avvicina al valore  $(E_i+E_j)^2$  perché essi tendono a diventare simultanei. In tale ipotesi la (6) va allora corretta in modo tale che, oltre alla somma di  $E_i^2$  e  $E_j^2$ , compaia un termine addizionale che al limite per  $T_i=T_j$  sia pari a  $2E_iE_j$ . Per questo motivo, quando i periodi dei modi di vibrare non soddisfano la (5), l'Ordinanza 3274 impone di calcolare  $E_{max}$  con la *Combinazione Quadratica Completa, ovvero CQC (Complete Quadratic Combination)*, proprio per tenere conto di questi contributi aggiuntivi. In tal modo la (6) si generalizza nella formula seguente:

$$(7) \quad E_{max} = \sqrt{\sum_i \sum_j \rho_{ij} \cdot E_i \cdot E_j}$$

essendo:

$E_i$  il valore dell'effetto dell'azione sismica dovuto all' $i$ -esimo modo di vibrare;

$E_j$  il valore dell'effetto dell'azione sismica dovuto all' $j$ -esimo modo di vibrare;

$\rho_{ij}$  il valore del coefficiente correlazione tra il modo  $i$  e il modo  $j$  dato da:

$$(8) \quad \rho_{ij} = \frac{8 \cdot \xi^2 \cdot (1 + r_{ij}) \cdot \sqrt{r_{ij}^3}}{(1 - r_{ij}^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot r_{ij} \cdot (1 + r_{ij})^2}$$

dove  $\xi=\xi_i=\xi_j$  è il *rapporto di smorzamento viscoso modale* (assunto generalmente costante per tutti i modi  $i$  e  $j$ ) e  $r_{ij}=\omega_i/\omega_j$  è il rapporto tra le frequenze angolari dei modi  $i$  e  $j$ , con  $\omega_i \leq \omega_j$ .