

ASPETTI GENERALI DELLA MODELLAZIONE STRUTTURALE

Marco BOZZA *

* *Ingegnere Strutturale, già Direttore della Federazione regionale degli Ordini degli Ingegneri del Veneto (FOIV), Amministratore di ADEPRON*

INTRODUZIONE

L'avvento nell'Ingegneria dell'*Analisi Computazionale delle Strutture* per elementi finiti (calcolo matriciale) ha notevolmente influenzato la progettazione strutturale, non solo in termini di velocità di calcolo, ma anche di approccio procedurale. Il punto centrale di questa fase importante della progettazione è costituito dalla *Modellazione strutturale*, intendendo, con tale terminologia, il processo mediante il quale una struttura e le azioni su essa agenti sono ridotte ad uno schema più o meno semplificato. Il ricorso ad uno schema di calcolo semplificato si rende necessario poiché le strutture sono in generale sistemi fisici notevolmente complessi, i cui comportamenti sono influenzati da un grande numero di variabili.

Qui con il termine di *struttura* si fa riferimento ad una costruzione artificiale del tutto generale (telaio, aeromobile, tunnel, componente meccanico ecc.), sollecitata da carichi generici (statici, ciclici, termici, moto ondoso, impatto ecc.). Scopo della modellazione è quello di simulare in modo realistico il comportamento della struttura definito in termini di parametri di sollecitazione (sforzo normale, taglio, momento flettente), di deformazione (spostamenti, rotazioni) e di tensione (normale, tangenziale). Va, tuttavia, precisato che la modellazione non deve necessariamente aderire il più possibile alla realtà fisica da simulare, in quanto un maggiore dettaglio nella sua definizione potrebbe non dare un altrettanto significativo contributo nella precisione dei risultati che ci si attende. Il processo di modellazione dev'essere invece una procedura di sintesi che consiste nell'individuare quali variabili influiscono in modo rilevante sul comportamento della struttura, da quelle che lo sono meno. Ciò è essenziale per poter cogliere gli aspetti più importanti del sistema fisico da analizzare, trascurando, invece, quelli che non danno contributi significativi a questo scopo.

Il processo della modellazione strutturale dovrebbe pertanto consentire di individuare gli schemi statici per simulare in modo realistico, e il più possibile realistico, il comportamento fisico reale della struttura. A tal fine è necessario saper scegliere il procedimento di analisi che, nel caso specifico, permetta di conciliare l'esattezza del risultato con la sicurezza e la praticità operativa e, quindi, con l'economia del procedimento.

La definizione di uno schema strutturale che sia al tempo stesso abbastanza semplice da essere agevolmente calcolabile e sufficientemente complesso da mettere in conto l'effetto delle variabili più importanti, è un altro problema cruciale della progettazione, in quanto da tale definizione dipende, più ancora che l'esattezza numerica dell'analisi, l'attendibilità dei risultati. L'avvento dei moderni metodi di analisi ha indubbiamente permesso di adottare modelli più complessi e quindi più attendibili che in passato; in particolare ha consentito l'uso estensivo dei modelli tridimensionali (modelli 3D).

Tuttavia, data l'estrema difficoltà del fenomeno studiato, permangono non poche difficoltà, e l'ingegnere strutturista deve abituarsi ad operare a diversi livelli di complessità. Infatti se da una parte gli schemi molto semplificati trascurano molte variabili e sono, almeno in linea teorica, meno esatti, essi permettono tuttavia una interpretazione intuitiva del comportamento strutturale, e quindi una possibilità di controllo dei risultati, che sfugge invece facilmente agli schemi più complessi. Inoltre, per schemi semplificati, si ha a disposizione un'ampia gamma di metodi di analisi. Per schemi complessi si ha in pratica a disposizione un solo metodo, il *Metodo degli Elementi Finiti*, o *FEM (Finite Element Method)*. Quindi è opportuno adottare modellazioni assai semplici nella fase preliminare, riservando quelle più complesse alla fase di verifica finale, utilizzando ancora i risultati della fase preliminare per valutare l'attendibilità dei risultati finali.

La modellazione strutturale è, quindi, un processo complesso che viene realizzato attuando tre tipi di scelte:

- SCELTA DEI MATERIALI E DELLA TIPOLOGIA STRUTTURALE;
- SCELTA DEL TIPO DI ANALISI;
- SCELTA DEL MODELLO COMPUTAZIONALE.

SCELTA DEI MATERIALI E DELLA TIPOLOGIA STRUTTURALE

È questa la fase iniziale e più critica del processo: data la grande quantità di tipologie disponibili la scelta della più idonea a soddisfare le esigenze tecnico-economiche del progetto è un'operazione assai difficile, ed è stata in passato fondata sulle opinioni più o meno soggettive del progettista. I procedimenti approssimati di calcolo risultano importantissimi nella fase del dimensionamento di massima, data la natura iterativa del processo di dimensionamento, sia pure a spese dell'esattezza del calcolo.

È bene far notare a questo punto che il diffondersi del metodo degli elementi finiti non ha diminuito l'importanza di tali metodi approssimati, ma tende piuttosto a trasferirne l'uso alle fasi iniziali ed ideative del processo.

SCelta DEL TIPO DI ANALISI

L'impostazione di un problema di analisi strutturale nasce dalla necessità di conoscere, fra le varie informazioni che si ha a disposizione, quelle utili alla definizione del sistema strutturale, quelle cioè riguardanti le parti di cui si vuole conoscere il comportamento meccanico, sia esso statico o dinamico. In alcune realizzazioni tale sistema coincide con la totalità del manufatto, in altre esso è solo un sottoinsieme che va individuato ed estratto dal contesto generale (ad es. il telaio di una macchina operatrice, la cellula di un velivolo, il motore di un aereo, ecc.). Sull'oggetto dell'analisi va precisato il tipo di problema da studiare, riconducibile ad uno di quelli di seguito elencati, o ad una loro combinazione:

- *analisi statica o stazionaria;*
- *analisi di stabilità (buckling);*
- *analisi dinamica (modale, risposta in frequenza, time history, ecc.);*
- *analisi lineare;*
- *analisi non lineare (per materiali, per geometria, per vincoli).*

SCelta DEL MODELLO COMPUTAZIONALE

La modellazione computazionale coinvolge la struttura vera e propria, i carichi agenti su di essa ed eventuali sub-sistemi di interazione (ad esempio il terreno per strutture di fondazione o il flusso d'aria per un aeromobile). Essa si sviluppa attraverso tre livelli di affinamento:

- *valutazione delle azioni rilevanti e dello schema generale della struttura con i relativi vincoli;*
- *creazione del modello numerico (discretizzazione in elementi finiti);*
- *definizione dei legami sforzi-deformazioni dei materiali impiegati.*

L'insieme di queste approssimazioni e ipotesi, che vengono assunte alla base del processo di modellazione, costituiscono nel complesso il *modello di calcolo della struttura*. Operate queste scelte, la disponibilità del modello di calcolo consente di analizzare la struttura come un'unica entità, anche in presenza di complesse geometrie strutturali 3D e condizioni di carichi, sia statici (pesi propri ecc.), che dinamici (vento, sisma, flussi d'aria o acqua ecc.). Il modello di calcolo viene eseguito utilizzando un codice di calcolo agli elementi finiti (modello FEM).

Il FEM è per sua natura un metodo di soluzione approssimato: le fonti principali di approssimazione derivano:

- *dalle tecniche utilizzate per ridurre a forma algebrica il problema differenziale assegnato;*
- *dall'elaborazione automatica, mediante un'algebra a precisione finita delle equazioni risolventi.*

Un corretto impiego del metodo implica pertanto in primo luogo la conoscenza delle ipotesi e delle formulazioni che ne sono alla base, delle sue proprietà di convergenza, dei criteri e degli accorgimenti per passare da un prototipo assegnato ad un suo modello matematico effettivamente rappresentativo.

Secondariamente occorre conoscere le caratteristiche dei problemi algebrici di cui si cerca la soluzione, individuando quali impostazioni, tra altre, portano a risultati con accuratezza maggiore, quali sono i fattori che possono generare decrementi di accuratezza, quali i criteri per misurarne il livello. I risultati ottenuti con l'automatismo di un codice, vanno infine verificati, interpretati, a volte ulteriormente affinati e presentati in forma efficace e sufficientemente documentata da consentire elaborazioni parallele di riscontro.

Scelta degli elementi finiti

Va tenuto conto che ogni struttura è di per se solida, e a rigore richiederebbe un'analisi tridimensionale. Risulta tuttavia più agevole, ed anche più significativo, fare riferimento a modelli ridotti che, in forma sintetica, siano in grado di cogliere gli aspetti più specifici della struttura da analizzare. In tal modo:

- *le strutture con parti a prevalente sviluppo lineare (travi, pilastri, ecc.) sono modellate con elementi monodimensionali (beam, truss) disposti nel piano o nello spazio;*
- *per strutture piane si fa riferimento a modelli a lastra o a piastra, adottando elementi bidimensionali (shell);*
- *per strutture sottili curve ci si riferisce a modelli a guscio;*
- *per strutture massicce (ad es. una diga) si fa inevitabilmente ricorso a modelli con elementi tridimensionali (elementi solidi 3D), verificando sempre se sia possibile risparmiare all'analisi geometrie o comportamenti prevedibili a priori (ad es. nel caso di strutture e carichi assialsimmetrici, come il vessel di un reattore nucleare, è sufficiente analizzare un quarto del modello). Nei casi di difficile classificazione, ovvero nei casi in cui certi comportamenti globali sono ben colti da un tipo di modello (ad es. 1D), mentre fenomeni diffusivi locali richiedono analisi di dettaglio impostate su modelli più complessi, conviene adottare una famiglia di modelli, caratterizzati da diversi livelli di affinamento, curando la possibilità di collegare trasversalmente i risultati ricavati con i vari schemi.*

I criteri che consentono di esprimere un giudizio sulla correttezza dei risultati dell'analisi, ottenuti in seguito all'elaborazione mediante l'impiego dei programmi di calcolo, consistono essenzialmente in:

- *stima dell'affidabilità dei codici di calcolo;*
- *controlli sui modelli agli elementi finiti.*

STIMA DELL’AFFIDABILITÀ DEI CODICI DI CALCOLO

La possibilità di errori nei risultati per malfunzionamento del computer non è affatto remota, poiché il sistema operativo, generalmente, avverte e segnala l'avaria dell'elaboratore, e interrompe l'esecuzione del processo in atto. D'altra parte i programmi di base (sistema operativo e compilatore) sono di fatto sottoposti ad un collaudo continuo ed esteso, poiché hanno diffusione ed impiego vasti quanto quelli della macchina, e sono solitamente seguiti da uno specifico servizio all'interno dell'ambiente di produzione, che ne cura lo sviluppo, il controllo e l'aggiornamento. Quindi gli errori ad essi attribuibili hanno frequenza ragionevolmente bassa. Pertanto l'insuccesso di una elaborazione resta imputabile quasi solamente ai procedimenti nei codici di calcolo impiegati oltre che, ovviamente, alla responsabilità dell'operatore.

Nella pratica, l'affidabilità di un codice è qualità non meno importante dell'innovatività delle procedure in esso contenute. Contribuiscono alla formazione di un giudizio sull'affidabilità vari elementi, per molti versi simili a quelli che vengono considerati nella certificazione di qualità di un prodotto industriale.

Elementi primari sono i risultati delle operazioni di verifica e controllo svolte all'interno dell'ambiente di produzione o di quello di utilizzazione, volte ad accertare la rispondenza delle prestazioni del prodotto alle caratteristiche funzionali ad esso attribuite. Tuttavia il problema di una "certificazione" della qualità, svolta da laboratori di prova sulla base di esami del processo produttivo o di documenti di prova esibiti dal produttore, o di prove svolte direttamente, non sembra ancora risolto per i codici di calcolo, a differenza di quanto accade in altri settori di produzione in campo industriale. Pertanto l'accertamento diretto della qualità di un codice va in pratica necessariamente a gravare sull'utente, in quanto responsabile primo, e unico, delle scelte conseguenti ai risultati da lui utilizzati. È l'utente che, in ultima analisi, deve svolgere, o far eseguire per proprio conto, tutto quell'insieme di controlli, essenzialmente di natura diretta, che contribuisce a dare sicurezza nei riguardi delle prestazioni di un codice.

Controlli diretti

Un modo certo per controllare la qualità di un codice è verificare la consistenza delle procedure, nella versione eseguibile e nel previsto ambiente di elaborazione attraverso i risultati che si ottengono. Questo implica pregiudizialmente che ogni attività di verifica o di qualificazione di un codice ad uso professionale possiede significato pratico solo se la diffusione è controllata e avviene nella versione eseguibile, protetta contro manomissioni. Il giudizio che ne segue ha rilevanza solo per una determinata versione compilata del codice.

Il controllo diretto ha lo scopo essenziale di accertare, mediante verifica dei risultati, che tutte le funzioni previste vengano svolte completamente e correttamente. Le specifiche funzionali, ossia l'esposizione delle funzioni che il codice è in grado di eseguire, sono il punto di partenza per la progettazione dei controlli da effettuare. Le specifiche devono essere formulate con chiarezza, cosa che contribuisce a caratterizzare la serietà dell'ambiente di produzione. Assieme ad esse è necessario esaminare la teoria su cui le procedure sono impostate e controllarne la correttezza dell'applicazione, e verificare l'esattezza della soluzione dei problemi svolti ed esposti a corredo del codice. Questa parte preliminare guida la preparazione e lo svolgimento di tutto l'insieme degli autonomi processi di prova che sperimentano le operazioni dichiarate come eseguibili, a partire dalla lettura dei dati.

Questi processi hanno varia natura ed estensione. Un processo può essere rivolto ad esaminare le prestazioni del codice su aspetti particolari (*benchmark*), determinando e verificando quantitativamente e qualitativamente specifiche grandezze di natura locale o globale (componenti di spostamento e di sollecitazione, temperatura, frequenze e modi propri di vibrazione, ecc.) note per altra via (analitica, numerica o anche sperimentale), oppure può essere mirato a verificare la robustezza del codice, ossia le sue prestazioni in riferimento a particolari aspetti critici, come tempi di calcolo, o come l'efficienza autodiagnostica contenuta o l'accuratezza nell'esecuzione dei calcoli, ecc forzando l'attivazione di specifici segnali di errore o di avvertimento in corso di esecuzione.

Diversamente un processo può essere studiato per verificare intere procedure complesse ("*reference validation analysis*"), come la risoluzione di problemi non lineari per confronto dei risultati con soluzioni intermedie e finali di validità indipendentemente riconosciuta.

Affidabilità dei risultati

L'affidabilità dei risultati dell'analisi eseguita con un codice è il problema più ampio e complesso, poiché intervengono in modo essenziale anche le scelte di impostazione compiute dall'operatore. In attinenza a questo più generale aspetto, la tendenza attuale in tema di affidabilità, e di problemi ad essa collegati, è favorire il raggiungimento e il mantenimento di un adeguato livello qualitativo sia dei codici di calcolo, sia dell'impiego che di essi viene fatto, attraverso un insieme diversificato di azioni a sostegno e guida della produzione e delle applicazioni. Istituzioni professionali o Enti privati di molti Paesi, con partecipazione anche governativa, operano attivamente in questo senso nel settore dei codici di analisi strutturale con metodi ad elementi finiti. In Europa, un esempio rilevante è il servizio svolto dalla *NAFEMS (The International Association for the Engineering Analysis Community)*. Una parte delle iniziative di questo Ente è destinata alla preparazione degli utenti, professionisti o addetti in genere, e metterli in grado di eseguire in modo accorto e qualitativamente corretto operazioni sia di analisi di problemi di ingegneria strutturale, sia di controllo di qualità dei codici di calcolo, elaborando e rendendo disponibili compendi di raccomandazioni e proposte di strategie di verifica e di autoistruzione.

Iniziativa più recente, ma non secondaria, è contribuire alla definizione di criteri di valutazione dell'attività delle organizzazioni produttrici dei codici di analisi strutturale, proponendo e tenendo aggiornate istruzioni e raccomandazioni sulla produzione, la diffusione e il controllo dei codici, allo scopo di giungere ad assicurare, per quanto possibile, la qualità del prodotto e dei risultati con esso conseguibili, e quindi accreditarne l'affidabilità.

CONTROLLI SUI MODELLI AGLI ELEMENTI FINITI

La procedura più immediata per verificare le prestazioni di un elemento finito in un codice da parte dell'utente è di scegliere uno o più problemi, dei quali è nota la soluzione analitica, e risolverli impiegando il modello con più discretizzazioni a raffittimento crescente, verificando quindi che i risultati ottenuti in più punti significativi della struttura approssimino quelli di riferimento. Questo tipo di verifica, però, non è adatto a controllare la correttezza del modello, infatti:

- *la particolarità e la semplicità del caso di riferimento può ragionevolmente suggerire discretizzazioni regolari, che mettono in luce le buone qualità del modello, ad esempio superconvergenza, lasciando in ombra quelle non buone, come il deterioramento della convergenza o della accuratezza nel caso di geometria distorta dell'elemento, o l'anomala deficienza di rango della matrice di rigidità elastica per particolari situazioni di geometria o di vincolo, ecc;*
- *la complessità del caso in esame può occultare effettive carenze del modello;*
- *non è chiaro quando l'esito debba essere giudicato soddisfacente;*
- *se l'esito non appare positivo può non essere possibile individuare il motivo.*

Un controllo di questo tipo può essere quindi utile al più per giungere ad una stima dell'accuratezza. Fermo restando che lo scopo di una prova su un modello di elemento finito è verificarne la correttezza e lo sviluppo all'interno di un codice, la prova deve:

- *avere carattere generale;*
- *essere facile da eseguire;*
- *essere facile da interpretare;*
- *essere in grado di individuare con chiarezza le cause di un comportamento anomalo, rivelarlo e riprodurlo.*

Convergenza e Patch test

Gli elementi finiti sono modelli polinomiali algebrici impiegati per la rappresentazione "a tratti" delle funzioni incognite (spostamenti, sollecitazioni, ecc...) nella risoluzione approssimata di problemi retti da (sistemi di) equazioni differenziali. A questo scopo il dominio di definizione della funzione, ossia il dominio occupato dalla struttura, è suddiviso in sottodomini, o elementi finiti, e i coefficienti della rappresentazione vengono determinati con specifici procedimenti variazionali.

Le prestazioni di un modello di un elemento finito dipendono dal grado (dal numero dei coefficienti incogniti, o gradi di libertà) del polinomio e dal soddisfacimento di specifiche condizioni che assicurano la convergenza alla soluzione del problema della successione delle soluzioni approssimanti, ottenute aumentando il numero e abbassando (uniformemente) la dimensione degli elementi nella rappresentazione. La nozione di convergenza di un modello è stabilita in maniera appropriata al contesto matematico in cui viene posto il problema da risolvere (si noti che le soluzioni approssimanti sono funzioni definite sulla regione di spazio occupata dalla struttura, e quindi occorre assumere una definizione di convergenza per successioni di funzioni). In pratica, ha importanza che i valori assunti dalle grandezze incognite (le funzioni approssimanti e all'occorrenza le loro derivate) tendano al valore assunto dalla soluzione del problema, in maniera da assicurare una stima soddisfacente al crescere del numero degli elementi.

Una delle tecniche di valutazione sperimentale delle caratteristiche di convergenza di un elemento è costituita dal "Patch test" o prova della pezza. Si tratta di un test di tipo numerico che permette di verificare contemporaneamente la formulazione e l'implementazione di un elemento. Se la verifica viene superata con esito positivo le condizioni precedentemente esaminate sono rispettate e l'elemento utilizzato per modellare una struttura porta a risultati corretti convergenti alla soluzione esatta al progressivo diminuire delle dimensioni dell'elemento. In questi termini la verifica positiva del Patch test costituisce una condizione necessaria e sufficiente per l'attestazione della qualità dell'elemento.

Il Patch test deve essere superato indipendentemente dalla forma degli elementi. Pertanto le prove vanno ripetute per un insieme di geometrie ampio quanto basta ad escludere autocorrezioni per presenza di simmetrie sul singolo elemento, o di insieme. Nelle applicazioni a casi di materiale anisotropo è opportuno che i tests vengano condotti introducendo gli effettivi moduli elastici (alcuni modelli superano il Patch test solo se il modulo di Poisson è nullo).

Nella forma esposta, il Patch test è impiegato per verificare semplicemente la convergenza del modello. Infatti, se l'esito è favorevole, le approssimazioni del campo di spostamenti ottenuti con discretizzazioni a raffittimento uniforme crescente si discostano dalla soluzione del problema per un errore tendente a zero almeno con il quadrato della dimensione caratteristica dell'elemento. È anche possibile stimare l'effettivo ordine di convergenza asintotica assumendo campi di spostamento polinomiali algebrici completi di grado superiore a quello corrispondente allo stato di deformazione costante. Ciò equivale a considerare campi corrispondenti alla presenza di forze distribuite sull'elemento. Il massimo grado per il quale la prova è superata dà l'indicazione dell'ordine della convergenza.

In queste prove il controllo delle deformazioni può essere ovviamente sostituito da quello sulle tensioni, più solitamente date in uscita.