

INTRODUZIONE ALL'ANALISI NON LINEARE DELLE STRUTTURE

Marco BOZZA *

* *Ingegnere Strutturale, già Direttore della Federazione regionale degli Ordini degli Ingegneri del Veneto (FOIV), Amministratore di ADEPRON*

DEFINIZIONE DEL PROBLEMA

Come noto, l'analisi strutturale di un problema ingegneristico è fondamentalmente riconducibile a due tipi di categorie: statica e dinamica. Ciascuna di queste, a sua volta, può essere condotta in ambito lineare ovvero non lineare. Il comportamento non lineare delle strutture, che si esprime analiticamente nella non linearità delle equazioni di equilibrio e quindi nella non proporzionalità fra azioni e stato di sollecitazione, è dovuto, oltre agli effetti del secondo ordine che si manifestano in modo evidente nelle strutture snelle, a una serie di fenomeni dovuti ai materiali, che possono essere così riassunti:

Fenomeni in campo elastico

- fessurazione (dovute alla notevole differenza fra resistenza a compressione e resistenza a trazione del calcestruzzo);
- effetti della non linearità della legge costitutiva in campo elastico.

Fenomeni in campo elasto-plastico

- comportamento elasto-plastico dei materiali (acciaio);

Fenomeni in campo viscoso

- deformazioni del materiale nel tempo sotto l'azione di carichi di lunga durata (calcestruzzo).

I parametri che determinano la condizione di linearità o non linearità di un problema strutturale sono:

- il comportamento meccanico della struttura (materiale);
- l'entità degli spostamenti nella configurazione deformata (geometria);
- le condizioni al contorno della struttura (vincoli).

Condizioni per la linearità

Condizione necessaria per la linearità di un problema strutturale è che questi tre parametri soddisfino contemporaneamente alle seguenti condizioni:

il comportamento meccanico del materiale è elastico lineare

le deformazioni che il materiale subisce crescono in proporzione lineare all'aumentare dei carichi esterni;

gli spostamenti della struttura nella configurazione deformata sono piccoli

le deformazioni che la struttura subisce sono piccoli, ovvero tali da consentire di scrivere le equazioni di equilibrio nella configurazione indeformata, trascurando il fatto che la struttura raggiunge l'equilibrio nella configurazione deformata;

i vincoli della struttura sono bilateri

le condizioni di vincolo non dipendono dall'entità dei carichi agenti.

In tali condizioni si verifica che:

- la soluzione del problema strutturale esiste ed è unica;
- vale il principio di sovrapposizione degli effetti (Figura 1);
- il sistema strutturale (struttura + carichi agenti) è conservativo.

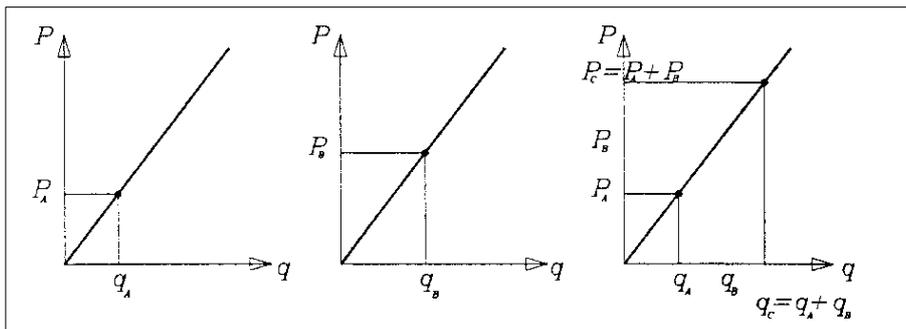


Figura 1

Condizioni per la non linearità

Quando invece si verifica che anche solamente una delle condizioni precedenti non è soddisfatta il problema strutturale è in ambito non lineare. In particolare può aversi:

non linearità per materiale

il materiale che compone la struttura subisce una deformazione che aumenta in proporzione non lineare all'aumentare dei carichi agenti esternamente. Tale comportamento può dipendere solo dal valore finale della deformazione (comportamento olonomo), ovvero dipendere dall'effettiva storia deformativa (comportamento anolonomo);

non linearità per geometria

le deformazioni che la struttura subisce non possono essere considerate piccole, per cui è necessario scrivere le equazioni di equilibrio nella configurazione deformata;

non linearità per vincoli

le condizioni di vincolo variano al crescere dei carichi agenti.

In tali condizioni si verifica che:

- la soluzione del problema può non esistere, ovvero esistere ma non essere unica;
- non vale il principio di sovrapposizione degli effetti (Figura 2);
- il sistema strutturale (struttura + carichi agenti) non è conservativo.

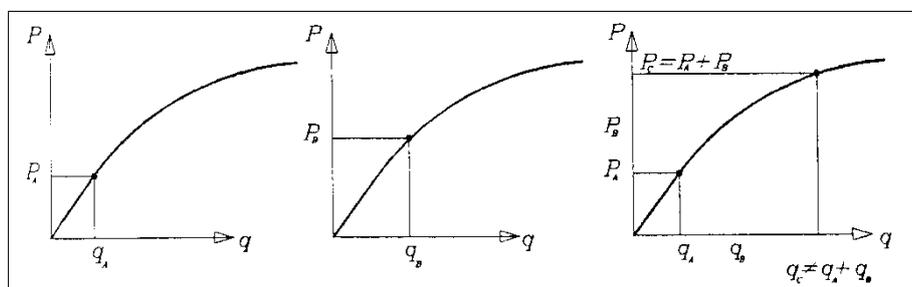


Figura 2

OSSERVAZIONI SULL'UTILIZZO DELL'ANALISI NON LINEARE

A rigore non esiste una struttura soggetta a carichi esterni che abbia un comportamento perfettamente elastico-lineare. Ciò è dovuto al fatto che i diagrammi costitutivi dei materiali reali non rispettano il legame lineare precedentemente citato, se non in casi particolari (come ad esempio l'acciaio per carichi di entità sufficientemente ridotta). Immaginando di agire sulla struttura con carichi di intensità crescente nel tempo, il legame carico-spostamento (ovvero momento-curvatura) evolve, istante per istante e punto per punto della struttura, seguendo un diagramma non lineare del tipo di Figura 2. In altri termini, ad ogni istante la struttura presenta una configurazione deformata diversa, i cui punti evolvono seguendo il legame costitutivo del materiale. Questo significa che per ottenere un insieme di risultati attendibili si deve considerare l'evoluzione temporale della struttura nel suo complesso, dallo stato iniziale fino al collasso. La determinazione di una singola configurazione di equilibrio per un determinato livello di carico (in un certo istante) non è sufficiente, poiché non permette di valutare quale sia la risposta della struttura a variazione dei livelli del carico stesso. Inoltre, nel caso particolare dei ponti, ma non solo, dovendo considerare più condizioni di carico, e le rispettive combinazioni, non è possibile applicare, come ricordato, il principio di sovrapposizione degli effetti. La conseguenza è che ogni singola combinazione deve essere analizzata separatamente, comportando di conseguenza un impegno computazionale notevole.

Come anticipato all'inizio, nelle strutture in calcestruzzo (materiale fortemente non lineare), o miste acciaio-calcestruzzo, a complicare l'analisi c'è il fatto che il calcestruzzo presenta un comportamento meccanico dipendente anche dal tempo, mediante i fenomeni di ritiro e viscosità. In queste strutture il fenomeno non lineare più importante è la parzializzazione della struttura, in quanto influenza la rigidità della struttura e quindi gli spostamenti della stessa. Questi ultimi a loro volta possono indurre degli effetti legati a fenomeni di instabilità geometrica, e, nelle strutture iperstatiche, sulla ridistribuzione delle azioni iperstatiche.

È importante, tuttavia, precisare che il ricorso all'analisi non lineare deve essere ponderata, e dettata da necessità oggettiva. Essa non va applicata indiscriminatamente in tutte le situazioni, ma solamente quando il problema strutturale in oggetto lo richiede. Per tale motivo, il modello strutturale per eseguire l'analisi non lineare deve essere in grado di cogliere gli aspetti meccanici essenziali del problema, evitando l'introduzione di parametri incogniti inutili ai fini della rappresentazione che si vuole dare della struttura. Si tenga inoltre presente che, a differenza di quanto succede quasi sempre in campo lineare, i risultati ottenibili da un codice non lineare, anche se corretti da un punto di vista numerico, possono essere assolutamente privi di significato ingegneristico se non addirittura errati da un punto di vista meccanico. L'utilizzo dell'analisi non lineare è necessaria quindi laddove le reali circostanze fisiche lo esigono. Esso non sempre garantisce un maggiore livello di precisione rispetto a quello condotto con l'analisi lineare: applicarlo in problemi dove ciò non è necessario può condurre addirittura ad analisi errate.

APPROCCI PER LA SOLUZIONE DEL PROBLEMA NON LINEARE

Per quanto osservato, risulta pertanto necessario disporre di strumenti di calcolo che consentano di simulare il comportamento non lineare e, nello stesso tempo, se possibile, siano sufficientemente pratici ed economici da poter essere utilizzati quali strumenti operativi.

La soluzione del problema non lineare può in generale ottenersi attraverso varie procedure teorico/numeriche:

- *formulazione energetica;*
- *formulazione diretta;*
- *formulazione incrementale;*
- *formulazione per elementi finiti.*

È da precisare che per l'analisi tensionale/deformativo del comportamento statico/dinamico globale solamente la formulazione per elementi finiti consente un'agevole modellazione strutturale, in quanto consente di considerare, in un unico modello, l'interazione tra i vari elementi/dispositivi strutturali. Tuttavia l'utilizzo di un modello FEM a comportamento non lineare presuppone un'accurata:

- *modellazione probabilistica delle variabili di progetto (modelli costitutivi dei materiali, parametri geometrici, ecc.);*
- *modellazione della azioni permanenti (percompressione, carichi permanenti, ecc.);*
- *scelta del tipo e dimensioni degli elementi finiti da utilizzare (truss, beam, shell, solid);*
- *modellazione dei vincoli (vincoli di appoggio, dispositivi antisismici, ecc.);*
- *previsione e definizione di eventuali azioni aggiuntive sulle struttura (stati termici, fasi transitorie, ecc.);*
- *modellazione di non linearità localizzate (giunti semirigidi, tolleranze per deformazioni, ecc.);*
- *definizione probabilistica delle azioni di progetto (vento, sisma, ecc.);*
- *scelta del livello di analisi (2D, 3D);*
- *scelta del tipo di analisi non lineare da eseguire (statica/dinamica deterministica, statica/dinamica stocastica, ecc.)*

La simulazione numerica del comportamento non lineare può quindi essere affrontata a diversi livelli di complessità, in relazione all'importanza del problema strutturale che si vuole modellare.