

## PROBLEMATICHE NELLA MODELLAZIONE DELLE STRUTTURE SOGGETTE AD AZIONE SISMICA

Marco BOZZA \*

\* *Ingegnere Strutturale, già Direttore della Federazione regionale degli Ordini degli Ingegneri del Veneto (FOIV), Amministratore di ADEPRON*

### NECESSITÀ DEL MODELLO DI CALCOLO

Gli obiettivi fondamentali della moderna progettazione strutturale in zona sismica sono finalizzati a:

- *soportare i terremoti di minore intensità senza danni;*
- *soportare i terremoti di moderata intensità senza danno significativo alle strutture, ma con qualche danno agli elementi strutturali;*
- *soportare i terremoti di maggiore intensità senza crolli e salvando le vite umane;*
- *mantenere alcune strutture essenziali per la sicurezza pubblica e i soccorsi, operative durante e dopo il terremoto.*

Nello stesso tempo è ben noto che l'azione sismica induce in edifici e strutture effetti di sollecitazione che rendono il reale comportamento dinamico estremamente complesso da affrontare al fine della progettazione. Il comportamento dinamico delle costruzioni soggette a sisma, infatti, è molto complesso, anche in campo elastico lineare. Per essere in grado di conoscere quantitativamente questi effetti, al fine di poter eseguire un dimensionamento ottimale della struttura, e dei suoi eventuali componenti ausiliari, è necessario utilizzare degli schemi di calcolo che consentano una simulazione del sistema azione-struttura che sia nel contempo *affidabile* in termini di analisi strutturale (parametri di sollecitazione/deformazione) e sufficientemente *semplice* in termini di implementazione. In generale nella modellazione di una struttura soggetta a sisma si distinguono due aspetti, il primo riguardante l'azione, in relazione al tipo di analisi adottata (statica o dinamica), il secondo riguardante la struttura. Per quest'ultima, al fine di poter realizzare costruzioni in grado di soddisfare gli obiettivi sopra elencati, mediante approcci progettuali, comunque "accettabili" in termini di livello di affidabilità-onere di implementazione, è necessario far ricorso alla *modellazione strutturale*, ovvero al *modello di calcolo* della struttura.

### Modello di calcolo

Il modello di calcolo costituisce la fase centrale e più importante della progettazione strutturale, in quanto ne condiziona in modo determinante il risultato finale. In generale, il modello di calcolo rappresenta la sintesi del processo mediante il quale una struttura, e le azioni su di essa agenti, sono ridotte ad uno schema più o meno semplificato. Il ricorso ad uno schema di calcolo semplificato si rende necessario poiché i sistemi azione-struttura sono in generale entità fisiche notevolmente complesse, i cui comportamenti sono influenzati da un grande numero di variabili.

L'adozione di un modello di calcolo si sviluppa per fasi attraverso i *livelli del processo di modellazione*.

### LIVELLI DEL PROCESSO DI MODELLAZIONE

Scopo della modellazione è quello di simulare in modo realistico il comportamento della struttura definito in termini di parametri di sollecitazione (sforzo normale, taglio, momento flettente), di deformazione (spostamenti, rotazioni) e di tensione (normale, tangenziale). Va, tuttavia, precisato che la modellazione non deve necessariamente aderire il più possibile alla realtà fisica da simulare, in quanto un maggiore dettaglio nella sua definizione potrebbe non dare un altrettanto importante contributo nella precisione dei risultati che ci si attende. Il processo di modellazione deve essere invece una procedura di sintesi delle analisi che individuano quali variabili influiscono in modo rilevante sul comportamento della struttura, da quelle che lo sono meno. Ciò è essenziale per poter cogliere gli aspetti più importanti del sistema fisico da analizzare, trascurando, invece, quelli che non danno contributi significativi a questo scopo. Tale procedura coinvolge la struttura vera e propria, i carichi agenti su di essa ed eventuali sottostrutture di interazione (ad esempio il terreno per le opere di fondazione), mediante l'assunzione di approssimazioni e ipotesi tali da mettere in evidenza i fattori principali che caratterizzano il comportamento dinamico del sistema strutturale nella sua globalità. L'insieme di queste approssimazioni e ipotesi, che vengono assunte alla base del processo di modellazione, costituiscono nel loro complesso il *modello di calcolo* della struttura.

Operate queste scelte, la disponibilità del modello consente di analizzare la struttura come un'unica entità, anche in presenza di complesse geometrie strutturali e condizioni di carico, come appunto quelle sismiche.

A tal fine il processo che concorre alla definizione del modello di calcolo può essere riconducibile allo sviluppo delle seguenti tre fasi di modellazione (in queste breve nota si analizzerà solamente l'ultima fase):

- *modellazione dell'azione sismica;*
- *modellazione dei materiali strutturali;*
- *modellazione della struttura.*

## MODELLAZIONE DELLA STRUTTURA

Nella modellazione di una struttura soggetta all'azione sismica si possono distinguere due fasi: la *modellazione fisica* e la *modellazione matematica*. Nella modellazione fisica si individuano gli elementi e le caratteristiche che influenzano in maniera significativa il comportamento sismico della struttura, eliminando tutti gli elementi costruttivi e le caratteristiche che appaiono superflui ai fini della valutazione degli effetti sismici. Nella modellazione matematica si definisce, invece, la procedura per riprodurre il comportamento dei singoli componenti strutturali (nella quasi totalità dei casi la procedura adottata è quella che discreta la struttura mediante l'utilizzo di codici di calcolo ad elementi finiti). La modellazione strutturale deve essere concepita in modo tale da simulare il "reale" comportamento dinamico, dando più importanza a quei dettagli che maggiormente caratterizzano gli aspetti principali della dinamica globale.

Nella maggior parte dei casi le strutture per l'edilizia civile non rispettano i requisiti di compattezza, in pianta e in elevazione, e di simmetria globale, che rendono prevedibili e simulabili con analisi statiche su modelli piani gli effetti dinamici indotti dall'azione sismica. Il più delle volte, invece, è necessario il ricorso ad analisi dinamiche di modelli 3D, utilizzando metodologie che normalmente non fanno parte del tradizionale bagagliaio culturale dell'ingegnere. Il miglioramento che si può conseguire con l'adozione di modelli tridimensionali e analisi dinamiche è legato alla possibilità di eliminare o ridurre alcune tipiche "patologie" manifestate dagli edifici durante i passati terremoti, ed in particolare quelle legate alla presenza di irregolarità planimetriche ed altimetriche della struttura, alla disomogenea distribuzione delle rigidezze e delle resistenze, agli effetti locali e globali prodotti dagli elementi non strutturali.

Si fa notare che modelli complessi possono talvolta costituire delle inutili e dannose sofisticazioni:

*inutili, in quanto non è detto che diano contributi significativi ai risultati che ci attendiamo, rispetto all'utilizzo di modelli più semplici*

*dannose perché possono essere facile causa di errori insiti nella modellazione stessa, conducendo l'analisi strutturale a risultati finali falsati.*

Si tenga tuttavia presente che il processo di modellazione è tutt'altro che un'operazione semplice: il modello di calcolo finale rappresenta in sintesi ciò che l'analista ha ritenuto essenziale considerare, o non considerare, del fenomeno fisico da simulare. Una sua errata valutazione nell'analisi del comportamento dinamico può pregiudicare con gravi conseguenze la sicurezza della costruzione, e quindi di tutto quello che vi si trova al suo interno. La conseguenza è che il concetto di modello sofisticato sopra esposto assume ora un'importanza relativa, nel senso che essa dipende in maniera soggettiva da chi concretamente realizza il modello.

Ad esempio, se un edificio multipiano con telaio in cemento armato e tamponature in muratura presenti alternate ai vari piani viene modellato considerando, a "*favore della sicurezza*", solamente il telaio, al fine del comportamento dinamico, in presenza di sisma, questa struttura rischia il crollo per rottura fragile a taglio dei pilastri. In questo caso specifico considerare, dove presenti, le murature di interpiano non costituisce una sofisticazione del modello, ma al contrario una necessità prioritaria per la sicurezza globale della costruzione. Il non considerare, perché "ritenute non necessarie", le presenze effettive della muratura (pilastri a rigidezza variabile con l'altezza, essendo alcuni confinati dalla muratura e altri no), non solo non è a favore della sicurezza, ma può diventare causa di seri danneggiamenti agli elementi strutturali, se non addirittura di crollo dell'edificio con perdite di vite umane.

Da queste brevi, ma importanti, osservazioni scaturisce il principio fondamentale secondo il quale la complessità del modello strutturale da adottare deve essere "proporzionale" alla reale necessità del caso specifico. Ciò significa che una maggiore complessità della modellazione è giustificata se essa, supportata da una chiara comprensione del suo effettivo funzionamento, apporta alla progettazione strutturale concreti benefici, sia sul piano della sicurezza che su quello dei costi di costruzione (come ad esempio un migliore e razionale utilizzo dei materiali da costruzione, una maggiore conoscenza del livello di sicurezza strutturale, la valutazione ottimale della stabilità di strutture esistenti altamente pericolose in caso di evento sismico per la popolazione civile, l'opportunità di adottare o meno sistemi ausiliari per la protezione sismica, ecc.). In altri termini il modello di calcolo va ottimizzato in relazione alle esigenze specifiche del caso in esame, prestando attenzione al fatto che la delicatezza del processo di modellazione della struttura, e le conseguenze che esso può avere in termini di correttezza dei risultati, suggeriscono di considerare con adeguato approfondimento entrambi questi aspetti.

### Soluzione numerica del modello

La definizione di uno schema strutturale che sia al tempo stesso abbastanza semplice da essere agevolmente calcolabile e sufficientemente completo da mettere in conto l'effetto delle variabili più importanti, è un problema cruciale della progettazione, in quanto da tale definizione dipende, più ancora che l'esattezza numerica dell'analisi, l'attendibilità dei risultati. L'avvento dei moderni procedimenti di analisi ha indubbiamente permesso di adottare modelli più complessi e quindi più attendibili che in passato; in particolare ha consentito l'uso estensivo dei modelli strutturali tridimensionali (modelli 3D).

Per schemi complessi l'unica procedura in grado di fornire risultati soddisfacenti è quella che utilizza la modellazione strutturale mediante la discretizzazione in elementi finiti e la relativa soluzione per via numerica tramite il Metodo degli Elementi Finiti.

## MODELLAZIONE CON IL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

Il Metodo degli Elementi Finiti (*Finite Element Method* o *FEM*) è una tecnica dell'Analisi Numerica volta ad ottenere soluzioni approssimate per una molteplicità di problemi, non solo di Ingegneria Strutturale, ma anche di Fisica, Bioingegneria, Astronomia. Sintetizzando si può dire che le equazioni differenziali che reggono il problema fisico (nel nostro caso le equazioni del moto nell'analisi dinamica delle strutture) vengono lasciate inalterate (relativamente a ciascun elemento finito) mentre il dominio di definizione delle equazioni (la struttura) viene discretizzato. In un problema al continuo di qualsivoglia dimensione, come appunto la struttura di un edificio, la variabile spostamento, che ne definisce istante per istante la deformata, è funzione di ciascun generico punto del dominio di definizione. Di conseguenza il problema presenta un numero infinito di incognite.

La procedura di discretizzazione agli elementi finiti lo riduce ad un problema con un numero finito di incognite, suddividendo il dominio in *elementi finiti* ed esprimendo il campo incognito in termini di funzioni approssimanti, definite all'interno di ogni elemento. Le funzioni approssimanti, chiamate anche *funzioni di forma*, vengono individuate mediante i valori che la variabile dipendente assume in punti specifici detti *nodi*. I nodi sono posti di solito sul contorno degli elementi, in punti comuni a due o più elementi. Oltre ai nodi sul contorno un elemento può presentare dei nodi al suo interno. I valori che la variabile di campo assume sui nodi, ne definiscono univocamente l'andamento all'interno dell'elemento. Nella rappresentazione agli elementi finiti di un problema, i valori nodali della variabile di campo rappresentano le nuove incognite.

### Modellazione strutturale con il FEM

Il Metodo degli Elementi Finiti modella la struttura mediante una maglia (*mesh*) di punti significativi (nodi) collegati da parti strutturali di dimensione finite (*elementi finiti*). La legge di variazione degli spostamenti all'interno dell'elemento dipende dal tipo di elemento adottato, risultando funzione dei soli spostamenti, detti gradi di libertà, dei nodi che esso connette. Lungo ciascun lato del contorno tale legge dipende dai soli gradi di libertà dei nodi giacenti sul lato medesimo. Tutte le sollecitazioni e le tensioni sono perciò esprimibili, tramite le relazioni costitutive del materiale, in funzione degli spostamenti nodali, che rappresentano le uniche incognite del problema. La struttura può dunque essere vista come un insieme complesso di parti semplici (elementi finiti). All'elemento finito è associato direttamente il concetto di *discretizzazione* del continuo, operazione mediante la quale la struttura (ovvero il dominio di definizione delle equazioni differenziali che reggono il problema matematico) viene suddiviso in una maglia di elementi finiti. Di tali parti si modella, una volta per tutte, il comportamento meccanico in termini matematici, così da lasciare all'analista il solo onere della suddivisione (discretizzazione) della struttura continua reale in elementi finiti appunto, mentre il codice di calcolo svolge l'intera trattazione numerica del problema.

Lo stato tensionale all'interno dell'elemento è condizionato solo da alcuni gradi di libertà dei nodi che esso collega; se i restanti gradi di libertà non vengono bloccati, o non sono collegati ad altri elementi, la struttura risulterà labile e il programma terminerà l'esecuzione con un messaggio di errore, o fornendo risultati privi di significato fisico.

Nei modelli strutturali, in particolare quelli degli edifici, gli elementi finiti di uso più frequente sono gli *elementi beam* (elementi 1D). Essi permettono di modellare con buona accuratezza oltre che i telai, anche le pareti, i nuclei ascensore e, almeno ai fini della valutazione del comportamento globale, i pannelli di tamponatura e i solai. Talvolta, per gli elementi a prevalente sviluppo piano (solai, parete) è preferibile utilizzare *elementi shell* (elementi 2D di forma triangolare e quadrangolare), mentre per la modellazione di strutture compatte (ad esempio una diga) si utilizzano gli *elementi brick* (elementi 3D di forma tetraedrica, prismatica, ed esaedrica).

## UTILIZZO DEI CODICI DI CALCOLO

### Modellazione dinamica della struttura

In generale, il modello matematico che descrive il comportamento di una struttura (ad esempio un telaio) soggetta ad un insieme di forze inerziali  $\mathbf{F}_S(t)$  (forze trasmesse alla struttura per effetto del moto del suolo al quale è ancorata) è costituito da un sistema di equazioni differenziali (equazioni del moto), le quali esprimono l'equilibrio dinamico dei suoi gradi di libertà. Nell'ipotesi che la struttura abbia un comportamento elastico lineare, il sistema di equazioni differenziali può porsi nella forma di un'equazione vettoriale del tipo:

$$(1) \quad [\mathbf{M}] \cdot \ddot{\mathbf{x}}(t) + [\mathbf{C}] \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) + [\mathbf{K}] \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{F}_S(t)$$

nella quale  $[\mathbf{M}]$  è la *Matrice di Massa*,  $[\mathbf{C}]$  è la *Matrice di Smorzamento*,  $[\mathbf{K}]$  è la *Matrice di Rigidezza*,  $\mathbf{x}(t)$  è il vettore degli spostamenti nodali, mentre il vettore delle velocità nodali  $d\mathbf{x}(t)/dt$ , e il vettore delle accelerazioni nodali  $d^2\mathbf{x}(t)/dt^2$  sono indicati, rispettivamente con un punto e due punti. La (1) costituisce la forma generale delle equazioni del moto tipiche di strutture modellabili come sistemi lineari NDOF a parametri concentrati (*Lumped MDOF Elastic System*). Di questa categoria fanno fondamentalmente parte le strutture a telaio nelle quali la massa predominante è "concentrata" a livello dei diaframmi orizzontali.

Le dimensioni delle matrici e dei vettori sono pari al numero dei gradi di libertà assunti per la modellazione cinematica dell'intera struttura. L'espressione del vettore  $\mathbf{F}_S(t)$  e/o le modalità di soluzione del problema dipendono dalla modellazione delle azioni, mentre le espressioni di  $[\mathbf{M}]$ ,  $[\mathbf{C}]$  e  $[\mathbf{K}]$  dipendono, rispettivamente, dalle modellazioni della massa strutturale, dello smorzamento e della rigidezza.

Si dimostra che la soluzione del sistema (1), ovvero il calcolo di  $\mathbf{x}(t)$ , equivale, sotto certe ipotesi, ad una combinazione di  $N$  *forme modali* prefissate, dipendenti esclusivamente dalle caratteristiche dinamiche del sistema (*Analisi Modale*). A ciascuna forma modale (*autovettore*) corrisponde un ben determinato *periodo modale* di vibrazione (*autovalore*). In termini matematici l'operazione di determinazione dei modi di vibrazione costituisce un *problema agli autovalori ed autovettori*. La forma modale ed il periodo modale definiscono univocamente il *modo di vibrare* a meno di una costante moltiplicativa.

### **Modelli per analisi lineari**

Il grande vantaggio che se ne trae utilizzando modelli strutturali a comportamento elastico lineare consiste nel fatto che ciascun modo può essere studiato come un sistema ad un grado di libertà, in quanto il suo moto è descrivibile mediante un unico parametro (l'ampiezza del movimento). La modellazione elastica lineare delle strutture comporta delle notevoli vantaggi, sia a livello di implementazione del modello numerico stesso da parte dell'analista, sia a livello di verifica e controllo dei risultati.

Per sfruttare questi notevoli vantaggi, in luogo di complesse analisi non lineari, la normativa sismica consente di utilizzare analisi elastiche basate su spettri di risposta di progetto ridotti rispetto a quelli elastici tramite il *coefficiente di struttura*  $q$ , funzione del materiale, della tipologia e della duttilità strutturale. In altri termini è possibile progettare le strutture con forze sismiche ridotte a patto però che la struttura sia capace di sviluppare stabili meccanismi di dissipazione energetica (comportamento duttile).

### **Modelli per analisi non-lineari**

Per strutture per le quali non è possibile invece ipotizzare un comportamento elastico lineare si dovranno adottare modellazioni numeriche in grado di considerare gli aspetti strutturali fondamentali che condizionano e caratterizzano il comportamento dinamico complessivo.

Ad esempio per le strutture in murature i modelli di simulazione devono, o dovrebbero essere in grado, di valutare la risposta globale considerando che il meccanismo resistente è governato dalla risposta nel piano delle pareti, ed eventualmente anche i meccanismi di collasso associati alla risposta dinamica fuori del piano. Le murature infatti sono forme costruttive che possono differire considerevolmente per materiali, tessitura, concezione d'insieme del sistema strutturale e dettagli costruttivi. Le procedure classiche per il calcolo della risposta sismica di edifici a pareti murarie sono tipicamente analisi statiche non lineari (*pushover analysis*).

### **Corretto utilizzo dei codici**

Essendo il FEM una procedura di tipo numerico essa costituisce di conseguenza un metodo approssimato: l'approssimazione è dovuta fondamentalmente a due cause principali, insite nella natura stessa della procedura:

- dalle tecniche utilizzate per ridurre a forma algebrica il problema differenziale assegnato;
- dall'elaborazione automatica, mediante un'algebra a precisione finita delle equazioni risolventi.

Un corretto impiego del metodo implica pertanto in primo luogo la conoscenza delle ipotesi e delle formulazioni che ne sono alla base, delle sue proprietà di convergenza, dei criteri e degli accorgimenti per passare da un prototipo assegnato ad un suo modello matematico effettivamente rappresentativo. Secondariamente occorre conoscere le caratteristiche dei problemi algebrici di cui si cerca la soluzione, individuando quali impostazioni, tra altre, portano a risultati con accuratezza maggiore, quali sono i fattori che possono generare decrementi di accuratezza, quali i criteri per misurarne il livello. I risultati ottenuti con l'automatismo di un codice, vanno infine verificati, interpretati, a volte ulteriormente affinati e presentati in forma efficace e sufficientemente documentata da consentire elaborazioni parallele di riscontro.

I criteri che consentono di esprimere un giudizio sulla correttezza dei risultati dell'analisi, ottenuti in seguito all'elaborazione mediante l'impiego dei codici di calcolo, consistono essenzialmente:

- nella stima dell'affidabilità dei codici di calcolo;
- nei controlli sui modelli agli elementi finiti.

A conclusione di questa breve introduzione è importante sottolineare che l'esito dell'analisi di un problema strutturale dipende certamente dalla qualità dei mezzi informatici impiegati (hardware e software), ma anzitutto dalla preparazione, dalla capacità e dalla consapevolezza di chi la esegue.